ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ МЕТОДОМ ИЗОБРАЖАЮЩИХ ВЕКТОРОВ

Пономарева А.В.
Шалаев Ю.Н.
Томский политехнический университет
avp35@tpu.ru

Введение

В статье проводится идентификация динамических объектов по характеристике выходного сигнала. В работе предложен алгоритм оценки параметров динамической системы методом изображающих векторов. Это операторный метод, который всякой временной функции на конечном промежутке ставит соответствие n-мерный вектор, а линейному оператору – матрицу (n x n). Дальнейшие преобразования, необходимые для оценки параметров системы, ведутся численными методами, что позволяет успешно использовать вычислительную технику, а окончательный результат на основании формулы обращения записывается в аналоговой форме. В векторно-матричной форме производится синтез управляющего сигнала нестационарных динамических систем по желаемой характеристике выходного сигнала и предложен алгоритм оценки их параметров методом изображающих векторов, все вычисления ведутся численными методами. Все это позволяет успешно использовать вычислительную технику, а окончательный результат на основании формулы обращения записывать в аналоговой форме. Оцениваются конструктивные параметры передаточной функции n и m исследуемой системы, а по системе алгебраических уравнений находятся коэффициенты знаменателя и числителя передаточной функции.

Оценка параметров динамической системы

Динамику системы управления успешно описывают с помощью дифференциальных и интегральных уравнений [1-7]:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^{n-i}}{dt^{n-i}} y(t) = \sum_{j=0}^{m} b_j \frac{d^{m-j}}{dt^{m-j}} u(t). \quad (1)$$

Формальная структура системы управления на основании многих источников определена в виде дифференциального уравнения (1). Оператор идентификации объекта управления запишем в виде передаточной функции:

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)}. \quad (2)$$

Таким образом, задача оценки параметров передаточной функции по виду переходного процесса системы управления $h(t)$ сводится к оценке конструктивных параметров m и n передаточной функции (2), при этом $m < n$, и нахождению неизвестных параметров модели

$$a_i (i = \overline{0, n-1}) \text{ и } b_j (j = \overline{0, m}).$$

Для решения поставленной задачи воспользуемся методом изображающих векторов. Метод изображающих векторов – это операторный метод, который всякой временной функции на конечном промежутке времени ставит в соответствие p-мерный вектор, а линейному оператору – матрицу ($p \times p$). Суть метода изображающих векторов состоит в том, что каждой функции $f(t)$ ставится в однозначное соответствие вектор F = {f1, f2,…, fp} элементы которого, коэффициенты ряда Фурье, для функции f(t), определенной на промежутке времени [0, t0], имеет место разложение:

$$f(\tau) = \sum_{i=0}^{p} f_i T_i(\tau),$$

где f_i – коэффициенты Фурье; $T_i(\tau)$ – ортонормированные смещенные полиномы Чебышева I-го рода; $\tau = t / t_0$ – безразмерная независимая переменная.

Переходной процесс $h(t)$, исходной системы, преобразуем в изображающий вектор по соотношениям [1-6], получим:

$$H = \{h_1, h_2, ..., h_p\}. \quad (3)$$

По вектору (3) и из формулы обращения [1,2] получаем аналитическую зависимость переходного процесса в виде полинома порядка p:

$$h(t) = (H, T(t)). \quad (4)$$

По аналитической зависимости (4) функции $h(t)$ находим время переходного процесса t_0 от момента включения системы до момента, когда модуль отклонения переходного процесса от установившегося значения не превосходит заданной величины зоны нечувствительности. Для нахождения весовой функции системы $w(t)$ воспользуемся дифференциальной связью между весовой и переходной функциями:

$$w(t) = \frac{d}{dt} h(t). \quad (5)$$

В области изображающих векторов соотношение (5) запишется как:

$$w = DH \quad (6)$$

По соотношению (4) получаем аналитический вид весовой функции:

$$w(t) = (w, T(t)) \quad (7)$$

По весовой функции (7) получаем числовую характеристику передаточной функции, для этого воспользуемся интегральным преобразованием Лапласа:

$$W(g_i) = \int_0^\infty w(t)\exp(-g_i t)dt, \quad (8)$$

где gi – вещественный параметр на интервале $[0, t_0]$; $W(g_i)$ – оператор системы управления. Необходимо отметить, что для устойчивых динамических систем весовая функция (7) определена на интервале [0, t0], то есть на время переходного процесса, на последующем участке наблюдения, она равна нулю. На основании этого вывода интегральное преобразование Лапласа (8) рассматривается в пределах времени переходного процесса.

Оператор системы управления (2) для вещественной переменной g запишется как:

$$W(g) = \frac{b_m g^m + b_{m-1}g^{m-1} + ... + b_1 g + b_0}{g^n + a_{n-1}g^{n-1} + ... + a_1 g + a_0}, \quad (9)$$

где $a_i (i = \overline{0, n-1})$, $b_j (j = \overline{0, m})$ – коэффициенты передаточной функции.

Для оценки конструктивных параметров n, m воспользуемся [2-6], уравнениями (8, 9) и предельным соотношением:

$$\lim_{g \to \infty} \frac{W(g)}{W(c * g)} = c^{n-m}, \quad (10)$$

где c>1. Опытным путем получено, что лучший результат оценки конструктивных параметров m и n достигается при c=2. Из полученного соотношения (10) находится оценка конструктивных параметров:

$$\widehat{n - m} = \frac{\ln c^{n-m}}{\ln c}.$$

В результате введенных допущений при оценке параметров n, m получается вещественное число, содержащее целую часть и мантиссу. Мантиссу полученного выражения принимаем за единицу и прибавляем к целой части. Для нахождения параметра m воспользуемся оператором сдвига (4) и, изменяя величину k, определяем количество нулей m передаточной функции.

Таким образом, задача нахождения конструктивных параметров n, m решена. Для нахождения коэффициентов передаточной функции необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений порядка n+m+1 следующего вида:

$$g_k^n W(g_k) + W(g_k)\sum_{i=0}^{n-1} a_i g_k^i - \sum_{j=0}^{m} b_j g_k^j = 0,$$
$$k = \overline{0, n+m+1}.$$

По найденным коэффициентам a_i, b_j и конструктивным параметрам n и m записываем передаточную функцию исходной системы, то есть находим структуру исследуемой динамической системы. Необходимо отметить, что переходной процесс (9) может быть на выходе нестационарной и нелинейной динамических систем.

Заключение

Изложенный метод оценки параметров динамических систем позволяет аппроксимировать эти системы передаточными функциями линейных динамических систем.

Список использованных источников

1. Осипов В.М. Основы метода изображающих векторов и линейное преобразование сигналов // Вопросы программирования и автоматизации проектирования – Томск: Издательство Томского университета, 1971. – вып. 1 – с. 1-13.

2. Шалаев Ю.Н. Моделирование нестационарных динамических систем методом изображающих векторов//Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. - №7. – с. 44-47.

3. Шалаев Ю.Н. Обработка экспериментальных данных методом изображающих векторов // Математическое и программное обеспечение проектирования систем – Томск: Издательство Томского университета, 2002. – вып. 2 – с. 44-47.

4. Шалаев Ю.Н. Моделирование сдвига функций во временной области методом изображающих векторов//Известия Томского политехнического университета. – 2013. – Т. 323. - №5. – с. 33-37.

5. Ponomareva A., Shalaev Y. Generation of the Dynamic System Control Signal According to Characteristic of the Transient Process // Key Engineering Materials. - 2016 - Vol. 685. - p. 967-970.

6. Shalaev, Y.N. The estimation of parameters of dynamic system by a method of image vectors. Proceedings - 9th Russian-Korean International Symposium on Science and Technology, KORUS-2005.

7. Березняк О.В., Шалаев Ю.Н. Оценка конструктивных параметров объекта управления //

Современные техника и технологии: Сборник трудов XVI Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых - Томск: ТПУ, 2010. - Т. 2 - с. 293-295.